

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ MASTER OF LOGIC ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ

К. М. Любченко

Україна, м. Черкаси, Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького

LKN@ukr.net

Проблема формування фундаментальних знань та практичної спрямованості навчання в наш час залишається гострою. Тому завдання сучасної освіти при підготовці фахівців у галузі інформаційно-комунікаційних технологій полягає не лише в засвоєнні учнями (студентами) теоретичних знань, а й у розвитку в них умінь та навичок їх практичної реалізації.

Задача складання розкладу є однією з актуальних практичних задач, які виникають в різних організаціях при плануванні їх діяльності.

Метою статті є розгляд одного з підходів до вирішення цієї задачі, який заснований на використанні апарату математичної логіки, зокрема алгебри висловлень і булевих функцій, та інструментально-контролюючої програми Master of Logic [1].

Для успішного розв'язання даної задачі необхідні знання фактичного матеріалу, який стосується означень логічних операцій та їх основних властивостей, формули алгебри висловлень, правил побудови досконалих нормальних форм, булевих рівнянь та систем булевих рівнянь (див., наприклад, [2], [3]). Деякі застосування програми Master of Logic описано, зокрема, у [2].

Розглянемо приклад.

Постановка задачі.

Для чотирьох офіцерів, прізвища яких починаються буквами А, Е, Р, С, необхідно скласти розклад чергувань на чотири доби поспіль, враховуючи, що:

- 1) С і Р не можуть чергувати в першу добу у зв'язку з відрядженням;
- 2) якщо С вийде в другу добу або Р – в третю, то Е зможе почергувати в четверту;
- 3) якщо А не буде чергувати в третю добу, то Е згоден чергувати в другу;
- 4) якщо А чи Р чергуватимуть у другу добу, то С зможе чергувати в четверту;
- 5) якщо Р в четверту добу поїде на конференцію, то А доведеться чергувати у першу, а С – в третю добу.

Відомо, що кожен з чотирьох офіцерів має сам чергувати рівно одну добу.

Розв'язання.

Позначимо через X_i випадок, коли офіцер X чергуватиме в i -ту добу.

Тоді п'ять вимог задачі можна записати наступними формулами алгебри висловлень:

- 1) $\neg C_1 \wedge \neg P_1$;
- 2) $C_2 \vee P_3 \rightarrow E_4$;
- 3) $\neg A_3 \rightarrow E_2$;
- 4) $A_2 \vee P_2 \rightarrow C_4$;
- 5) $\neg P_4 \rightarrow A_1 \wedge C_3$.

1 спосіб.

Розглянемо спосіб розв'язання задачі, який ґрунтується на рівносильних перетвореннях формул.

Оскільки всі вимоги повинні виконуватись, об'єднаємо їх кон'юнкцією, яка буде істинною:

$$\begin{aligned}
 & \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge (C_2 \vee P_3 \rightarrow E_4) \wedge (\neg A_3 \rightarrow E_2) \wedge \\
 & \wedge (A_2 \vee P_2 \rightarrow C_4) \wedge (\neg P_4 \rightarrow A_1 \wedge C_3) \equiv \\
 & \equiv \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge (\neg C_2 \wedge \neg P_3 \vee E_4) \wedge (A_3 \vee E_2) \wedge \\
 & \wedge (\neg A_2 \wedge \neg P_2 \vee C_4) \wedge (P_4 \vee A_1 \wedge C_3) \equiv \\
 & \equiv (\neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge E_4) \wedge \\
 & (A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \vee A_3 \wedge C_4 \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \vee E_2 \wedge C_4) \wedge \\
 & \wedge (P_4 \vee A_1 \wedge C_3) \equiv \\
 & \equiv (A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee A_3 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee E_2 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee A_3 \wedge \neg A_2 \wedge E_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_2 \vee \\
 & \vee \underline{A_3 \wedge C_4 \wedge E_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1} \vee \\
 & \vee \underline{E_2 \wedge E_4 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1} \vee \\
 & \vee \underline{E_2 \wedge C_4 \wedge E_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1}) \wedge \\
 & \wedge (P_4 \vee A_1 \wedge C_3).
 \end{aligned}$$

Враховуючи, що кожен з чотирьох офіцерів має сам чергувати рівно

одну добу, підкреслені в останній формулі елементарні кон'юнкції дорівнюють нулю. Тому їх можна вилучити:

$$\begin{aligned}
 & (A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee A_3 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee E_2 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \vee \\
 & \vee A_3 \wedge \neg A_2 \wedge E_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_2) \wedge \\
 & \wedge (P_4 \vee A_1 \wedge C_3) \equiv \\
 & \equiv A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4 \vee \\
 & \vee \underline{A_3 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4} \vee \\
 & \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4 \vee \\
 & \vee \underline{E_2 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4} \vee \\
 & \vee \underline{A_3 \wedge \neg A_2 \wedge E_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_2 \wedge P_4} \vee \\
 & \vee \underline{A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge A_1 \wedge C_3} \vee \\
 & \vee \underline{A_3 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge A_1 \wedge C_3} \vee \\
 & \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge A_1 \wedge C_3 \vee \\
 & \vee \underline{E_2 \wedge C_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge A_1 \wedge C_3} \vee \\
 & \vee \underline{A_3 \wedge \neg A_2 \wedge E_4 \wedge \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_2 \wedge A_1 \wedge C_3} .
 \end{aligned}$$

Зі вказаної вище причини в останній формулі підкреслені елементарні кон'юнкції дорівнюють нулю. Вилучивши їх, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 & A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4 \vee \\
 & \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4 \vee \\
 & \vee E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge A_1 \wedge C_3 .
 \end{aligned}$$

Розглянемо кожен з трьох варіантів, які представлені в цій формулі елементарними кон'юнкціями:

1. $A_3 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4$ – у третю добу чергуватиме А, у четверту – Р, але С не може чергувати ні в першу добу, ні в другу. Звідси випливає, що С повинен чергувати або в третю добу, або в четверту, що неможливо, оскільки ці дві доби зайняті.

2. $E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge P_4$ – у другу добу чергуватиме Е, у четверту – Р, у першу – А, у третю – С.

3. $E_2 \wedge \neg A_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_1 \wedge \neg C_2 \wedge \neg P_1 \wedge \neg P_3 \wedge A_1 \wedge C_3$ – у другу добу чергуватиме Е, у першу – А, у третю – С, у четверту – Р.

Отже, оскільки перший варіант неможливий, а другий і третій – однакові, порядок чергування офіцерів такий: А, Е, С, Р.



2 спосіб.

Розглянемо інший спосіб розв’язання задачі, який ґрунтується на побудові й розв’язанні системи булевих рівнянь за допомогою програми Master of Logic.

Для цього побудуємо формальну модель задачі у вигляді системи булевих рівнянь, першим з яких буде рівняння, що створене на основі п’яти вимог:

$$\begin{aligned} & \neg C_1 \wedge \neg P_1 \wedge (C_2 \vee P_3 \rightarrow E_4) \wedge (\neg A_3 \rightarrow E_2) \wedge \\ & \wedge (A_2 \vee P_2 \rightarrow C_4) \wedge (\neg P_4 \rightarrow A_1 \wedge C_3) = 1. \end{aligned}$$

Оскільки кожен з офіцерів має чергувати сам, побудуємо булеві рівняння для кожної з чотирьох діб. Для цього спочатку отримаємо відповідні досконалі диз’юнктивні нормальні форми (ДДНФ) за допомогою програми Master of Logic:

– виберемо в пункті меню «Побудова» підпункт «ДДНФ за таблицею» (також можна натиснути кнопку  → ДДНФ або комбінацію клавіш Ctrl+Alt+D). У вікні, що з’явилося (рис. 1), уведемо у першому рядку імена змінних А₁, Е₁, Р₁, С₁ (набори значень змінних формуються програмою автоматично) та заповнимо правий стовпчик F таблиці одиницями на тих наборах, на яких рівно одна із змінних приймає значення 1. На всіх інших наборах поставимо 0 за допомогою кнопки ;

– натиснемо кнопку Ok (або клавішу Enter).

Результат виконання цих дій відображений на рис. 1.

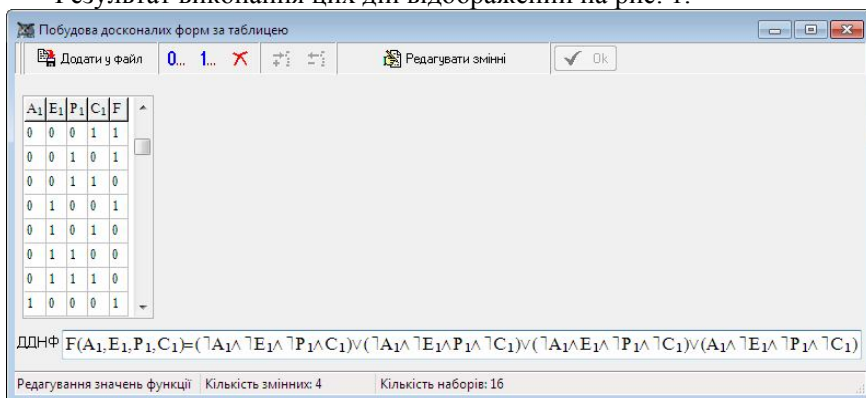


Рис. 1. Побудова ДДНФ за таблицею істинності

Змінивши для зручності порядок досконалих елементарних

кон'юнкцій у побудованій ДДНФ, отримаємо булеве рівняння:

$$(A_1 \wedge \neg E_1 \wedge \neg P_1 \wedge \neg C_1) \vee (\neg A_1 \wedge E_1 \wedge \neg P_1 \wedge \neg C_1) \vee \\ \vee (\neg A_1 \wedge \neg E_1 \wedge P_1 \wedge \neg C_1) \vee (\neg A_1 \wedge \neg E_1 \wedge \neg P_1 \wedge C_1) = 1.$$

Аналогічно створюємо ще три рівняння для другої, третьої і четвертої доби:

$$(A_2 \wedge \neg E_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_2) \vee (\neg A_2 \wedge E_2 \wedge \neg P_2 \wedge \neg C_2) \vee \\ \vee (\neg A_2 \wedge \neg E_2 \wedge P_2 \wedge \neg C_2) \vee (\neg A_2 \wedge \neg E_2 \wedge \neg P_2 \wedge C_2) = 1;$$

$$(A_3 \wedge \neg E_3 \wedge \neg P_3 \wedge \neg C_3) \vee (\neg A_3 \wedge E_3 \wedge \neg P_3 \wedge \neg C_3) \vee \\ \vee (\neg A_3 \wedge \neg E_3 \wedge P_3 \wedge \neg C_3) \vee (\neg A_3 \wedge \neg E_3 \wedge \neg P_3 \wedge C_3) = 1;$$

$$(A_4 \wedge \neg E_4 \wedge \neg P_4 \wedge \neg C_4) \vee (\neg A_4 \wedge E_4 \wedge \neg P_4 \wedge \neg C_4) \vee \\ \vee (\neg A_4 \wedge \neg E_4 \wedge P_4 \wedge \neg C_4) \vee (\neg A_4 \wedge \neg E_4 \wedge \neg P_4 \wedge C_4) = 1.$$

Враховуючи те, що кожен офіцер повинен відчергувати, отримаємо ще такі рівняння:


$$A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee A_4 = 1;$$

$$E_1 \vee E_2 \vee E_3 \vee E_4 = 1;$$

$$P_1 \vee P_2 \vee P_3 \vee P_4 = 1;$$

$$C_1 \vee C_2 \vee C_3 \vee C_4 = 1.$$

Для знаходження розв'язку побудованої системи з дев'яти булевих рівнянь застосуємо програму Master of Logic. Послідовність дій для цього наступна:

- виберемо пункт меню «Система» (також можна натиснути кнопку , або комбінацію клавіш Alt+S);
- у вікні, що з'явилось, за допомогою панелі набору (рис. 2) і/або клавіатури введемо рівняння системи, що розв'язується (рис. 3);
- натиснемо кнопку Ok (або клавішу Enter).

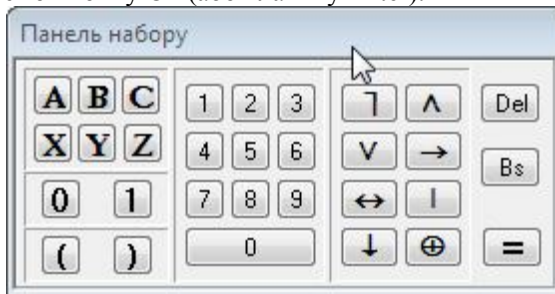


Рис. 2. Панель набору програми Master of Logic

Всі розв'язки системи відображаються в нижній частині вікна (рис. 3). Отже, офіцер А чергуватиме у першу добу, С – у третю, Е – у

другу, Р – у четверту.

Таким чином, можна зробити наступні **висновки**:

1. Використання засобів математичної логіки при розв’язуванні задачі складання розкладу дозволяє підсилити практичну складову навчального процесу та, як наслідок, сприяє більш якісному засвоєнню учнями (студентами) теоретичного матеріалу і розвитку в них абстрактно-логічного мислення.

2. Використання при навчанні комп’ютерної техніки та програмного забезпечення, зокрема програми Master of Logic, дозволяє зосередити увагу учнів (студентів) на аналізі і правильній формалізації задачі в той час, як комп’ютер реалізує запрограмовані механізми пошуку розв’язку.

3. Різні способи розв’язування задачі надають учням (студентам) приклад творчого підходу до вирішення проблеми.

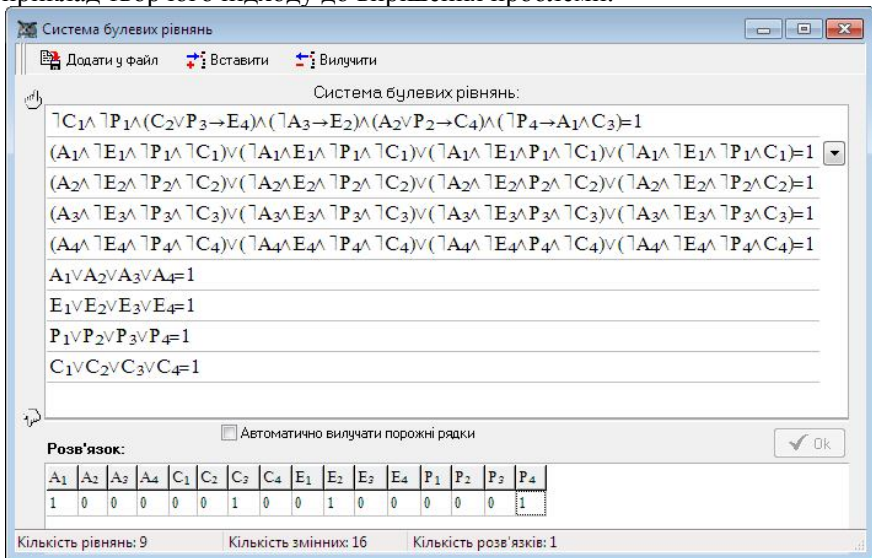


Рис. 3. Система булевих рівнянь

Список використаних джерел

1. Master of Logic [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://lkn.univer.cherkassy.ua/>

2. Любченко К. М. Елементи математичної логіки з комп’ютерною підтримкою : посібник для вчителів / Любченко К. М., Триус Ю. В. – Черкаси : Видавничий відділ ЧНУ, 2004. – 88 с.

3. Рамський Ю. С. Логічні основи інформатики : навч. посіб. / Рамський Ю. С. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 286 с.